CRISTIANIA E DERAPATA

Per **cristiania** si intende la frenata che si pratica in pista a basse velocità facendo scivolare in curva il pattino esterno e affiancandogli parallelamente quello interno quando si è già quasi fermi. Nella cristiania il pattino interno non scivola lateralmente insieme a quello esterno perché i due pattini si affiancano paralleli solo alla fine della frenata.

La **derapata** (parallel) consiste invece nel mettersi di traverso nel minor spazio possibile con entrambi i pattini paralleli e continuare a scivolare in tale posizione fino a fermarsi. Anche in questo caso si accenna un inizio di curva con il pattino esterno, ma solo il minimo indispensabile per farlo scivolare e affiancargli quindi quello interno che, agendo da timone, fa proseguire in linea retta. A questo punto il peso del corpo, che all'inizio è quasi tutto sul pattino esterno, si distribuisce uniformemente su entrambi i pattini. (Possiamo notare una certa analogia con la pattinata in papera. Infatti, per mettersi in papera, all'inizio curviamo aprendo i pattini e caricando il peso più sul pattino anteriore, poi spostiamo il peso sul pattino posteriore che, agendo da timone, definisce la direzione rettilinea in cui proseguire). Per realizzare la derapata risulta fondamentale raggiungere una buona velocità, anzi quanto più alta è la velocità tanto più la derapata risulta spettacolare. La cristiania si può considerare l'inizio di una derapata che non si riesce a completare perché non si è abbastanza veloci … Non dobbiamo però pensare che, una volta imparata la cristiania, basti aumentare la velocità per frenare in derapata! Infatti, all'inizio, quando si prova a curvare più velocemente col pattino esterno, si va in rotazione col busto perché non si conosce ancora l'uso del pattino interno che nella cristiania gioca un ruolo marginale.

Non si è mai abbastanza bravi a fare la derapata perché non si può mai dire di averla imparata del tutto!

Infatti ciò che rende difficile questo trick non è tanto la velocità a cui si esegue , quanto l'accelerazione (o decelerazione) a cui si raggiunge tale velocità!

Premesso che un corpo può essere dotato di accelerazione diversa da zero anche a velocità nulla e che se un corpo è dotato di accelerazione è soggetto a forze, riportiamo le situazioni più frequenti in cui ci si trova a frenare in derapata, discutendo per ciascuna il grado di difficoltà.

1) In pianura interrompendo di pattinare alla massima velocità che siamo in grado di raggiungere spontaneamente (30-40 km/h)
2) In pianura a velocità elevata dopo aver terminato una discesa, oppure staccandosi da un veicolo di traino
3) In una discesa di qualunque pendenza, partendo con velocità nulla, dopo alcune o parecchie decine di metri

Già intuitivamente, senza calcoli, si capisce che l'ultimo caso presenta una difficoltà di gran lunga superiore ai primi due. Infatti frenare mentre si sta rallentando è molto più semplice che frenare mentre si sta accelerando. Non tanto perché se si sta accelerando la velocità cresce mentre una decelerazione la fa diminuire, quanto piuttosto perché un'accelerazione comporta l'esistenza nella direzione del moto di una forza positiva (*R*) alla quale noi, frenando, aggiungiamo una forza di attrito radente di verso opposto avente valore superiore (F_p). Il valore di F_p deve essere superiore a quello di *R* perché se fosse uguale si avrebbe accelerazione nulla cioè velocità costante, per cui la velocità manterrebbe il valore raggiunto nell'istante in cui applico la forza F_p e non mi fermerei mai. Invece in pianura (casi 1) e 2)) la forza negativa F_p di attrito radente che applico frenando non deve vincere nessuna forza contraria positiva, per cui mi fermo in ogni caso.

Chiariamo questi concetti con qualche calcolo.

Un corpo di massa *M* (fig.1) che scende in discesa scivolando è soggetto all'azione di due forze: la componente della forza peso rivolta nel verso della discesa e la forza di attrito che si oppone al moto e quindi di verso contrario. Pertanto la forza risultante *R=Ma* è data dalla differenza tra questi due termini. In formule, indicando con α l'angolo corrispondente alla pendenza *d*% della discesa (α=arctan(*d*/100)) e con μ_r il coefficiente di attrito radente dell'asfalto, si ha:

$$R = Ma = Mg\sin\alpha - \mu_r Mg\cos\alpha = P\sin\alpha - \mu_r P\cos\alpha$$

dove si è posto *P=Mg* , con g=9.8m/s^2 accelerazione di gravità.

Teniamo presente che il segno della forza *R* su un corpo in movimento è anche quello della sua accelerazione per cui, se il corpo scende, vuol dire che R, e quindi l'accelerazione, è positiva, cioè il corpo accelera lungo la discesa e nel tempo aumenta la velocità. Se invece, a parità di pendenza, il corpo, scendendo, incontra una superficie con coefficiente di attrito superiore, di valore tale da rendere *R*<0, allora anche l'accelerazione diventa negativa, cioè si trasforma in una decelerazione che riduce la velocità fino a farlo fermare.

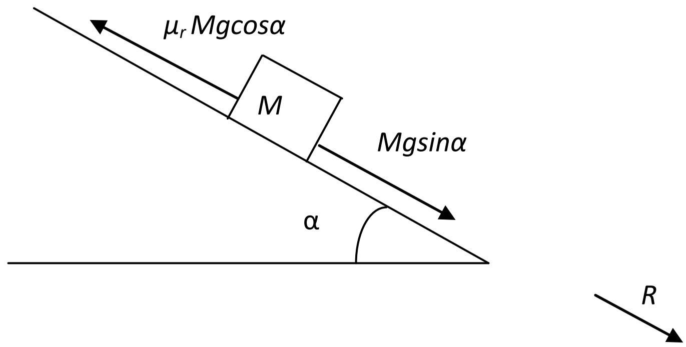

Fig 1

Dalla formula precedente si nota che la forza *R* , a parità di attrito, è tanto maggiore quanto più grande è α, vale a dire la pendenza della strada. Invece , al diminuire di α , il secondo termine, $\mu_r P\cos\alpha$, aumenta, mentre il primo, $P\sin\alpha$, si riduce fino ad azzerarsi quando la pendenza si annulla, cioè per α=0. Pertanto in pianura (fig.2) la forza *R* si riduce alla forza di attrito radente negativa che, ponendo α=0, assume il suo massimo valore $\mu_r Mg\cos(0°) = \mu_r P$:

$$R = Ma = -\mu_r Mg = -\mu_r P$$

così il corpo rallenta spontaneamente fino a fermarsi.

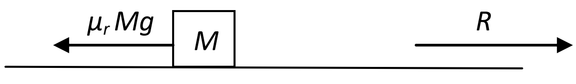

Fig 2

Vediamo ora cosa succede quando il corpo di massa *M* , invece di essere un blocco, è un atleta con i pattini ai piedi. Partendo in discesa da fermo in posizione a uovo, anche su semplici falsi piani, il pattinatore inizia già a scendere con un'accelerazione positiva senza nemmeno doversi spingere. In tal caso esiste un attrito, detto attrito volvente, ma il suo coefficiente , μ_v, è molto minore di quello dell'attrito radente che si ha quando un corpo scende scivolando. Pertanto la forza che agisce sull'atleta è all'incirca uguale alla sola componente della forza peso positiva:

$$P \sin\alpha - \mu_v\, P\cos\alpha \cong P \sin\alpha$$

anche su leggere pendenze, cosicché, per fermarci, dobbiamo applicare, derapando, una forza F_p negativa di attrito radente, $\mu_r P \cos\alpha$, con coefficiente $\mu_r \gg \mu_v$, che si sostituisce all'attrito volvente, e tale valore di F_p deve avere un valore superiore a $P \sin\alpha$, in modo che sia: $R = P\sin\alpha - F_p < 0$.

Invece in piano la forza F_p che applico quando faccio scivolare i pattini di traverso derapando è sempre la forza di attrito radente $\mu_r P$ che, anche in questo caso, sostituisce l'attrito volvente, ma ora non è presente la componente $P \sin\alpha$, per cui *R* coincide con F_p ed è sempre negativa.

In entrambi i casi possiamo ricavare l'accelerazione a_p del pattinatore , che sappiamo essere negativa :

$$a_p = \frac{P sin\alpha - F_p}{M} = \frac{P \sin\alpha - \mu_r P \cos\alpha}{M}$$

$$a_p = \frac{-F_p}{M} = \frac{-\mu_r P}{M}$$

Conoscendo l'accelerazione a_p e la velocità di inizio frenata v_{fi} , si può calcolare lo spazio *s* di arresto tramite la formula:

$$s = -\frac{v_{fi}^2}{2a_p}$$

In discesa risulta:

$$s = \frac{M(v_{fi})^2}{2(-R + F_p)} = \frac{M(v_{fi})^2}{2(-P \sin\alpha + \mu_r P \cos\alpha)}$$

mentre in pianura è:

$$s = \frac{M(v_{fi})^2}{2(F_p)} = \frac{M(v_{fi})^2}{2(\mu_r P)}$$

Si nota che tale spazio aumenta con il quadrato della velocità ma diminuisce all'aumentare di F_p, come d'altra parte ci si aspetta.

Dalle due formule si può calcolare il minimo spazio di arresto nell'ipotesi di iniziare a frenare alla stessa velocità v_{fi}.

Supponendo *M*=70 *kg*, v_{fi}=40 *km/h* =11.11 *m/s*, α=arctan(0.2)= 11.31° , μ_r=0.8, e ponendo al solito *P=Mg,* in discesa si ottiene:

$$F_p = \mu_r P \cos\alpha = (0.8)\,(70)(9.8)(0.98) = 537.8\,N$$

$$s = \frac{M(v_{fi})^2}{2(-P\sin\alpha + \mu_r P\cos\alpha)} = \frac{(70)(11.11)^2}{2(-\,(70)(9.8)(\sin(11.31°) + (0.8)(70)(9.8)\cos(11.31°))} \cong 10.7m$$

mentre in piano:

$$F_p = \mu_r P = \mu_r M g = 0.8(70)(9.8) = 548.8\,N$$

$$s = \frac{M(v_{fi})^2}{2(\mu_r P)} = \frac{70(11.11)^2}{2(0.8)(70)(9.8)} \cong 7m$$

Notiamo che in piano applico una forza maggiore e mi fermo quindi in minor spazio.

CONCLUSIONE

Partendo da fermo in pianura pattino fino a raggiungere la massima velocità possibile, dopodiché, se interrompo la pattinata, per fermarmi. applico una forza di attrito radente, F_p , in verso opposto al moto .

In discesa, mettendomi a uovo da fermo senza spingere, c'è già la componente di forza peso , $P\sin\alpha$, che mi fa scendere accelerando e tale forza rimane anche quando inizio a frenare. Pertanto dovrò applicare una forza di attrito radente F_p, opposta negativa, che, se è di valore superiore a quello della componente di forza peso, $P\sin\alpha$, permette di fermarmi in uno spazio più o meno lungo.

Ricordo ancora che in discesa, se l'angolo della pendenza supera un certo valore, la forza di attrito, $F_p = \mu_r P\cos\alpha$, che applico mettendomi di traverso in derapata, risulta inferiore alla componente della forza peso , $P\sin\alpha$, per cui non è più sufficiente a fermarmi e io continuo quindi a scendere in tale posizione. Invece in piano la componente $P\sin\alpha$ è assente per cui, applicando F_p, mi fermo sempre.

L'esempio precedente ha mostrato che in piano la forza di attrito radente che applichiamo quando derapiamo è maggiore e lo spazio di frenata è minore rispetto a quando siamo in discesa. Questo però non spiega perché frenare in discesa è più difficile che in pianura e nemmeno perché in discesa è più difficile mantenere la posizione senza sbilanciarsi e cadere.

La risposta a queste domande è legata sostanzialmente ai seguenti fattori:

1) La forza di appoggio del corpo al terreno, cioè la cosiddetta reazione vincolare $N = Mg\cos\alpha$, in discesa è minore che in piano, per cui quando scendo sono più leggero e meno appoggiato al terreno.
2) Lo sforzo muscolare che devo fare per compensare le forze applicate al mio baricentro in modo da rimanere in equilibrio con i pattini equidistanti durante la frenata cambia in modo non trascurabile a seconda che mi trovi in piano o in discesa.

   Infatti in discesa sono spinto in avanti dalla componente $P\sin\alpha$ che, per fermarmi , devo annullare alzandomi dalla posizione a uovo, ruotando di 90° e applicando la forza contraria di attrito radente.

Ma, così facendo, la forza applicata al mio baricentro varia bruscamente dal valore positivo $P \sin \alpha$ al valore negativo $P \sin \alpha \; - \mu_r P \cos \alpha$ e il mio corpo deve cambiare posizione per bilanciare questa brusca variazione ed evitare di cadere. In piano invece, nel sollevarmi dalla posizione a uovo e mettermi di traverso, la forza che devo bilanciare con il corpo passa dal valore negativo quasi nullo dovuto all'attrito volvente al valore sempre negativo $- \mu_r P$ che applico quando sono in derapata, senza cambiare segno e quindi verso.

Può essere interessante calcolare di quanto si inclina il pattinatore durante la frenata, cioè l'angolo che l'asse del corpo forma con la perpendicolare alla strada.

In pianura (fig.3) la reazione vincolare *R* che il terreno trasmette all'atleta tramite i piedi vale in modulo:

$$R = \sqrt{P^2 + F_p^2} = P \sqrt{1 + \mu_r^2}$$

e l'angolo β che tale forza , e quindi l'asse del corpo, forma con la verticale risulta:

$$\beta = \arctan \left(\frac{F_p}{P}\right) = \arctan \left(\mu_r\right)$$

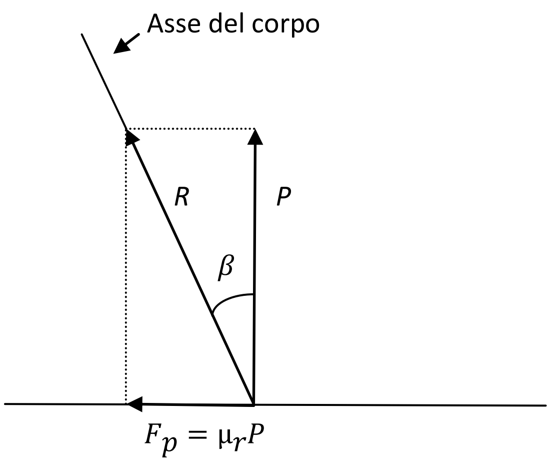

Fig 3

Ponendo $\mu_r = 0.8$ e $M = 70kg$, si ottengono i valori:

$$R = (70)(9.8) \sqrt{1 + (0.8)^2} = 878 \text{ N} \,, \; \beta = \arctan(0.8) = 38.66°$$

In discesa (fig.4) la reazione vincolare *R* ha invece modulo:

$$R = \sqrt{P^2(\cos \alpha)^2 + \mu_r^2 P^2 (\cos \alpha)^2} = P \cos \alpha \sqrt{1 + \mu_r^2}$$

che dipende dal valore di α, cioè dalla pendenza della strada, mentre l'angolo che tale forza, e quindi l'asse del pattinatore (2), forma con la perpendicolare alla **strada in discesa,** (3), rimane uguale a quando è in piano:

$$\beta = \arctan \left(\frac{\mu_r P \cos \alpha}{P \cos \alpha}\right) = \arctan \left(\mu_r\right)$$

E' importante sottolineare che se questa uguaglianza non viene rispettata, non si riesce a rimanere con il corpo in equilibrio durante la frenata, né in discesa né in piano.

Infatti , se l'angolo β è minore di $\arctan(\mu_r)$, vuol dire che non si è piegati a sufficienza e quindi si cade in avanti. Se invece è $\beta > \arctan(\mu_r)$, si cade all'indietro perché si è troppo inclinati.

In discesa l'angolo β' tra l'asse del corpo (2) e la perpendicolare al piano orizzontale (1) è pari alla differenza tra β e α:

$$\beta' = \beta - \alpha$$

Nel caso limite in cui sia $\alpha = \beta = 38.66°$, la reazione vincolare diventa uguale al peso, come in piano:

$$R = Mg\cos\beta\sqrt{1+\mu_r^2} = Mg\cos(38{,}66)\sqrt{1+(0.8)^2} = Mg = (70)(9.8) = 878\ N$$

e l'atleta, ora in posizione verticale ($\beta' = \beta - \alpha = 0$) , scivola in derapata lungo la discesa senza fermarsi in quanto azzera la forza attiva $P\sin\alpha$ e quindi l'accelerazione, proseguendo a velocità costante.

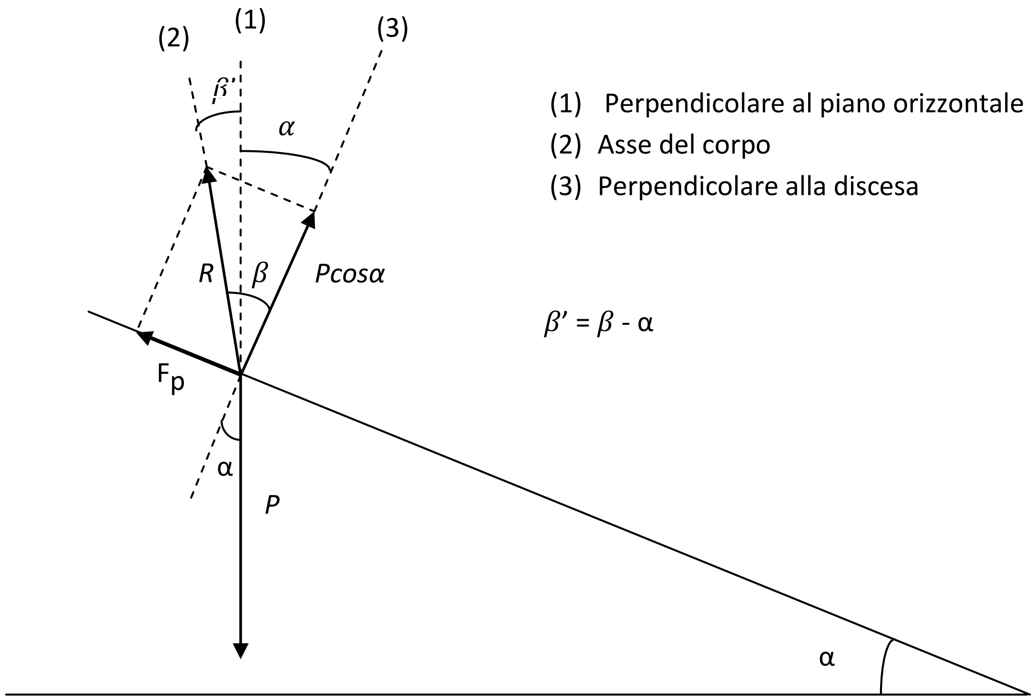

Fig. 4

Il fatto che l'angolo β sia sempre lo stesso, in discesa o in piano, potrebbe stupire in quanto, quando si frena in piano, sembra che il corpo si inclini di più che in discesa. Ma questo capita perché, nel vedere una frenata in discesa, confondiamo l'angolo β', tra l'asse del pattinatore (2) e la perpendicolare al piano orizzontale (1), con l'angolo β che l'asse del pattinatore (2) forma con la perpendicolare alla strada in discesa (3). Così, essendo $\beta' < \beta$, concludiamo erroneamente che, nel frenare in pianura, l'inclinazione sia maggiore.